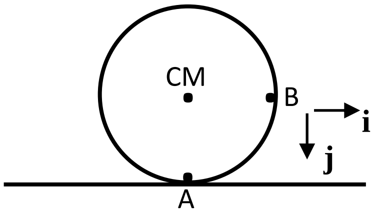
ITBA – Física I – Segundo Parcial – 22 de junio de 2017

1. La figura esquematiza la rueda de un auto de radio R, cuyo centro de masa viaja hacia la derecha con una cierta velocidad v_{cm}. Se sabe que la rueda se encuentra "arando", siendo la velocidad del punto de contacto v_A. Halle, para el instante analizado, el vector velocidad del punto B. Utilice los versores **i** y **j** indicados en la figura.

Datos: v_{cm} = (10 m/s) **i**, v_A = (- 5 m/s) **i**. R no es dato.



Solución. Dadas las velocidades del centro de masa y del punto A, podemos obtener el módulo de ωR.

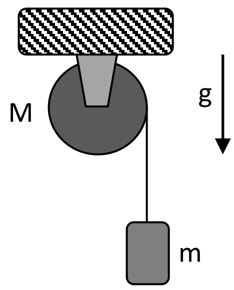
$$v_A = v_{cm} - \omega R \rightarrow \omega R = 15\frac{m}{s}$$

Luego obtenemos la aceleración del punto B.

$$\overrightarrow{v_B} = \overrightarrow{v_{cm}} + \vec{\omega}\, x\, \overrightarrow{r_B}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{v_B} = 10\frac{m}{s}\hat{\imath} + 15\frac{m}{s}\hat{\jmath}}$$

2 La figura muestra una polea (masa M y radio R) que puede girar alrededor de un eje horizontal y tiene una cuerda fuertemente arrollada en su periferia. Un bloque de masa m se une al extremo de la cuerda y, partiendo sin velocidad inicial, comienza a bajar verticalmente observándose que desciende una distancia h_1 hasta que la cuerda se desenrolla por completo y luego asciende una distancia h_2 hasta detenerse momentáneamente.
Halle el módulo del momento debido al roce que el eje realiza sobre la polea.
Datos: m = 0,5 kg, R = 0,3 m, h_1 = 3 m, h_2 = 2,5 m, g = 10 m/s^2.
Ni la masa M de la polea ni su momento de inercia son datos.



Solución. Planteamos el trabajo disipativo igual a la variación de energía y resulta:

$$-M_{disip}\,\Delta\theta = mg(h_2 - h_1)$$

Donde además:

$$\Delta\theta = \frac{h_1 + h_2}{R}$$

Finalmente:

$$M_{disip} = \frac{0{,}5\,kg\;10\,\frac{m}{s^2}\,0{,}5m\;0{,}3m}{5{,}5\;m}$$

$$\boldsymbol{M_{disip} = 0{,}1364\;Nm}$$

3. Un cilindro de masa M y radio R tiene enrollada fuertemente una cinta delgada que pasa por una polea de masa despreciable y en cuyo extremo está fijo un cuerpo de masa m. Se observa que el cilindro nunca resbala sobre el plano inclinado.

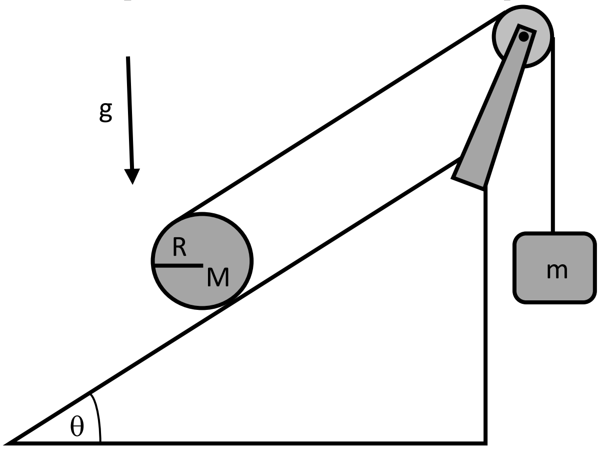
Determine:

a) El cociente m/M que permite que el sistema permanezca en equilibrio.

b) La aceleración del centro de masa del cilindro si el cociente m/M resulta ser el doble del calculado en el punto anterior.

Datos: $g = 10\ m/s^2$; $\theta = 30°$; el radio del cilindro no es dato.

Considere que el momento de inercia baricéntrico de un cilindro es $I_{CM} = MR^2/2$ y que la cinta, en su tramo oblicuo, es paralela al plano por el que rueda el cilindro.



Solución.

Planteamos las ecuaciones dinámicas de ambos cuerpos.

$$mg - T = ma = m\alpha 2R \ (1)$$

$$T + Fr - Mgsen\ \theta = Ma_{cm} = M\alpha R \ (2)$$

$$TR - FrR = \frac{1}{2}MR^2\alpha \ \ (3)$$

Sumando (1) x 2 + (2) + (3) obtenemos:

$$2mg - Mgsen\ \theta = \left(4m + \frac{3}{2}M\right)\alpha R = \left(4m + \frac{3}{2}M\right)\ a_{cm}$$

a) *Si el sistema está en equilibrio la aceleración es nula y por lo tanto:*

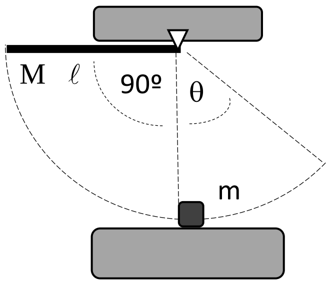
$$2mg = Mgsen\ \theta \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{m}{M} = \frac{1}{4}}$$

b) *Si el cociente resulta ser el doble la aceleración del centro de masa será:*

$$a_{cm} = \frac{Mg - Mgsen\theta}{2M + \frac{3}{2}M}$$

$$\boldsymbol{a_{cm} = 1,43\,\frac{m}{s^2}}$$

4. La figura muestra una varilla de masa M y longitud ℓ que puede girar sin roce alrededor de un eje horizontal que pasa por su extremo. Inicialmente se encuentra en reposo en posición horizontal. Se la libera y luego choca plásticamente, adhiriéndose por su extremo al pedacito de masilla de masa m y se observa que el conjunto asciende hasta formar un ángulo máximo θ con la vertical.
Determine θ. Único dato: M/m = 6. Considere que el momento de inercia de la varilla respecto de su centro de masa es $I_{CM} = M\ell^2/12$.



Solución. Primero planteamos la conservación de la energía para la barra cuando cae:

$$0 = \frac{1}{2}\frac{1}{3}Ml^2\omega^2 - Mg\frac{l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega^2 = 3\frac{g}{l}$$

Luego en la colisión se conserva el momento angular respecto del pivote:

$$\frac{1}{3}Ml^2\omega = \left(\frac{1}{3}Ml^2 + ml^2\right)\omega'$$

$$\frac{1}{3}6ml^2\omega = \left(\frac{1}{3}\,6ml^2 + ml^2\right)\omega'$$

$$\omega = \frac{3}{2}\omega'$$

Finalmente después del choque se conserva la energía también:

$$0 = mgl\,(1 - cos\theta) + M\,g\frac{l}{2}(1 - cos\theta) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}Ml^2 + ml^2\right)\omega'^2$$

$$3ml^2\omega'^2 = 8mgl(1 - \cos\theta)$$

$$\omega'^2 = \frac{8}{3}\frac{g}{l}\,(1 - \cos\theta)$$

Finalmente:

$$3\frac{g}{l} = \frac{9}{4}\;\frac{8}{3}\frac{g}{l}\,(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \cos\theta$$

$$\boldsymbol{\theta = 60}\ º$$