1. (2,5 puntos) Se deja caer un objeto en el aire sin velocidad inicial. El objeto experimenta, además de la gravedad, una contribución a su vector aceleración en sentido contrario al movimiento, debida a la fricción con el aire, de módulo dado por la expresión bv, donde b es una constante y v, la rapidez instantánea.
Determine el tiempo que demora en alcanzar la mitad de su velocidad máxima.
Único dato: b = 0,07 s^{-1}.

Solución. La velocidad máxima se alcanza cuando la aceleración es cero, de modo que:

$$0 = g - bv_{máx} \;\; \rightarrow \;\; v_{máx} = \frac{g}{b}$$

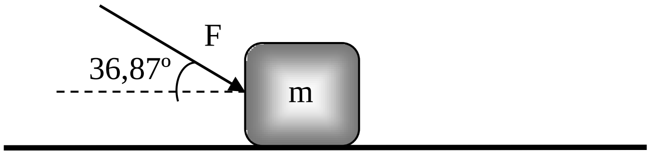
Luego integramos para halla el tiempo pedido.

$$\frac{dv}{dt} = g - bv \; \rightarrow \; \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{g - bv} = \int_{t_0}^{t} dt$$

$$\ln\left(g - b\frac{g}{2b}\right) - \ln g = -bt$$

$$\boldsymbol{t = 9{,}9\ s}$$

2. (2,5 puntos) Un bloque se apoya sobre una superficie horizontal rugosa encontrándose inicialmente en reposo. Sobre dicho bloque se aplica una fuerza variable que forma un ángulo de 36,87º con la horizontal, según se muestra en la figura.
Determine la rapidez del bloque 10 segundos después de que se comenzó a aplicar la fuerza.
Datos: $F(t) = 10\frac{N}{s}t$; $m = 2\ kg$; $\mu_e = 0,5$; $\mu_c = 0,4$; $g = 10\frac{m}{s^2}$.



Solución. Primero tenemos que hallar el tiempo que demora el bloque en comenzar a moverse. Para ello tenemos que igualar la componente x de F con la fuerza de roce estático máxima.

$$10\frac{N}{s}t\cos 36,87º = \left(20\ N + 10\frac{N}{s}t\ sen\ 36,87º\right)0,5$$

$$5\frac{N}{s}t = 10\ N$$

$$t = 2\ s$$

Luego, plantemos sumatoria de fuerzas para hallar la aceleración e integrando hallar la velocidad.

$$10\frac{N}{s}t\cos 36,87º - \left(20\ N + 10\frac{N}{s}t\ sen\ 36,87º\right)0,4 = 2kg\ a$$

$$a = 2,8\frac{m}{s^3}t - 4\frac{m}{s^2}$$

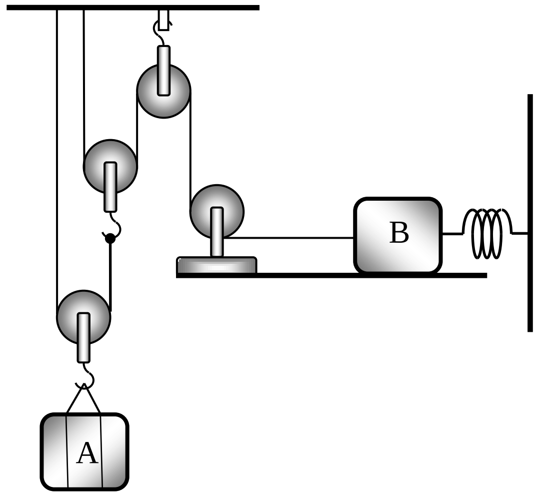
$$2,8\frac{m}{s^3}t - 4\frac{m}{s^2} = \frac{dv}{dt}$$

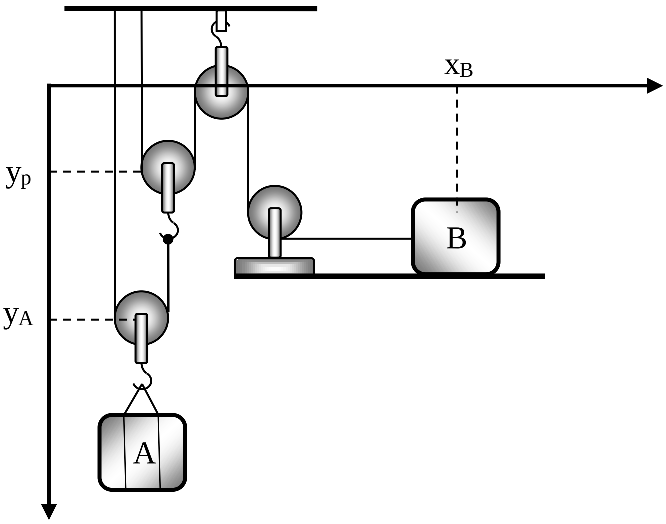
$$\int_{2s}^{t}\left(2,8\frac{m}{s^3}t - 4\frac{m}{s^2}\right)dt = \int_0^v dv$$

$$1,4\frac{m}{s^3}t^2 - \frac{4m}{s^2}t + 2,4\frac{m}{s} = v$$

$$\boldsymbol{v = 102,4\frac{m}{s}}$$

3. (2,5 puntos) Un cuerpo A de masa m_A cuelga de una polea móvil mientras que otro cuerpo B de masa m_B se encuentra sobre un plano horizontal que no le presenta roce (ver figura). El cuerpo B se encuentra unido al extremo de un resorte de constante elástica k que tiene su otro extremo fijo a la pared. Inicialmente el sistema se encuentra en reposo y el resorte está en su longitud natural.
Determine la máxima rapidez que alcanzará cada bloque.
Datos:
m_A = 4 kg, m_B = 0,75 kg, k = 100 N/m, g = 10 m/s^2.





Solución.

$$l_1 = y_p + y_p + cte_1 + x_B - cte_2$$

$$l_2 = y_A + y_A - y_p$$

Derivando:

$$0 = 2\,v_p + v_B$$

$$0 = 2v_A + v_P$$

Por lo tanto, resulta ser $v_B = -4\,v_A$.

Además, también $a_B = -4\,a_A$. y $\Delta x_B = -4\,\Delta y_A$.

Escribimos las correspondientes ecuaciones de Newton.

$$Polea\ 1)\ T' - 2T_B = 0 \ \ \rightarrow T' = \ 2T_B$$

$$Polea\ 2)\ 2T' - T_A = 0 \ \ \rightarrow \ T_A = 2T'$$

Por lo tanto, $T_A = 4\,T_B$

$$m_A g - 4T_B = m_A a_A \ (1)$$

$$Fe - T_B = m_B a_B \quad \rightarrow \ \ T_B - Fe = 4\,m_B a_A \ \ (2)$$

Haciendo (1) + 4 x (2) obtenemos:

$$m_A g - 4Fe = (m_A + 16 m_B) a_A$$

La máxima rapidez será entonces cuando

$$kd = \frac{m_A g}{4} \ \ \rightarrow d = 0{,}1\ m$$

Luego planteamos la conservación de la energía <u>para el sistema</u>.

$$0 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 \ + \frac{1}{2} m_B v_B^2 - m_A g h + \frac{1}{2} k d^2$$

La máxima rapidez se dará cuando d = 0,1 m y h = 0,025 m.

$$\boldsymbol{v_{A_{máx}} = \sqrt{\frac{2 m_A g h - k d^2}{16 m_B + m_A}} = 0{,}25 \frac{m}{s}}$$

$$\boldsymbol{v_{B_{máx}} = 1 \frac{m}{s}}$$

4. (2,5 puntos) Un pequeño objeto gira ensartado en un alambre rígido circular ubicado en el plano vertical. Cuando pasa por el punto más bajo (B) la fuerza que recibe el objeto del alambre es de módulo N_B y dirección y sentido hacia el centro de la circunferencia. Cuando luego pasa por el punto más alto (A) la fuerza que recibe es de módulo N_A, también hacia el centro de la circunferencia. Si sólo se ha podido medir que $N_B = 3\ N_A$, determine los valores de N_A y N_B.
Único dato: el peso del objeto, P = 10 Newtons.

Solución. Planteamos la sumatoria de fuerzas en la dirección normal en los puntos A y B.

$$N_B - mg = m\frac{v_B^2}{R}\ (1)$$

$$N_A + mg = m\ \frac{v_A^2}{R}\ (2)$$

Luego, como sabemos que el trabajo no conservativo vale cero, planteamos la conservación de la energía entre los puntos B y A.

$$0 = mv_A^2 - mv_B^2 + 2mg2R$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 4gR\ (3)$$

Finalmente resolvemos haciendo (1) – (2) y reemplazando lo obtenido en (3).

$$N_B - N_A - 2P = 4P$$

$$2N_A = 6P$$

$$\boldsymbol{N_A = 30N}$$

$$\boldsymbol{N_B = 90N}$$