FISICA II - ITBA

1. Movimiento Oscilatorio

Armónico simple (MAS)

General: $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$

$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ Tiempo que tarda en realizar una oscilación

$f = \dfrac{1}{T}$ Oscilaciones que realiza por unidad de tiempo

$$\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t + \alpha) \\ \dot{x}(t) = v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \alpha) \\ \ddot{x}(t) = a_x(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \alpha) \end{cases} \rightarrow \text{Donde } \begin{cases} A = \text{Amplitud} \\ \omega = \text{Frecuencia Angular} \\ \alpha = \text{Constante (Cond. Iniciales)} \end{cases}$$

$E(t) = \alpha[A(t)]^2$

Casos Particulares: - Resorte: Si el resorte se encuentra cargado debe calcularse la nueva posición de equilibrio, pero las ecuaciones son las mismas

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$E = K + U = \underbrace{\frac{1}{2}kA^2}_{U_{max}} = \underbrace{\frac{1}{2}mA^2\omega^2}_{K_{max}} \rightarrow \text{ Para oscilaciones horizontales}$$

$$y_o = \frac{mg}{k}$$

- Péndulo: El movimiento para grandes amplitudes NO es un MAS

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t + \alpha) \text{ para } \varphi_0 \rightarrow 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Auxiliar: - Solución ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \rightarrow x = A\cos\left(\sqrt{c}.t + \alpha\right)$$

Movimiento Amortiguado

Consideramos únicamente casos subcriticamente amortiguados: $\omega_0^2 > \left(\dfrac{b}{2m}\right)^2$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \frac{2\pi}{T_A} \rightarrow T_A \text{ Tiempo en que realiza un ciclo (Pseudo-periodo)}$$

$$\tau = \frac{m}{b} \rightarrow \text{Para } t = \tau \quad E = \frac{E_0}{e}$$

$$x(t)=A(t)\cos(\omega' t+\alpha)$$

$$\left.\begin{array}{l} A(t)=A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}=A_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} \\ E(t)=E_0 e^{-\frac{b}{m}t}=E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array}\right\} \quad E(t)=\alpha[A(t)]^2$$

$$\left|\frac{\Delta E}{E}\right|_C=\frac{b}{m}T_A\approx\frac{2\pi}{Q}$$

$$Q=\frac{m\omega_0}{b}$$

$$P=\frac{dE}{dt}=-\frac{b}{m}E(t)$$

Obs.: Si $b\to 0\Rightarrow \omega'\sim\omega_0$

Movimiento Forzado

$$x(t)=x_P(t)+x_H(t)$$

Solución transitoria > $x_H(t)=A(t)\cos(\omega' t+\alpha)$ Donde para $t=7\tau, x_H(t)\to 0$

Solución estacionaria > $x_H(t)=A\cos(\omega_e t-\delta)$ Donde $\begin{cases} A=\dfrac{F_0}{\sqrt{\left[m\left(\omega_0{}^2-\omega_e{}^2\right)\right]^2+(b\omega_e)^2}} \\ \tan(\delta)=\dfrac{b\omega_e}{m\left(\omega_0{}^2-\omega_e{}^2\right)} \end{cases}$

$$\omega_R=\sqrt{\omega_0{}^2-\frac{1}{2}\left(\frac{b}{m}\right)^2}$$

$$\Delta\omega=\frac{1}{Q}$$

Observación: Si $b\to 0\Rightarrow \omega'\sim\omega_0\sim\omega_R$

2. Óptica Geométrica

Leyes Generales

$n=\dfrac{c}{v}$ $\begin{cases} c=\text{Vel. de la luz en el vacío} \\ v=\text{Vel. de la luz en el medio n} \end{cases}$

Ley de reflexión: $i=i'$ $\begin{cases} i=\text{Ángulo de incidencia} \\ i'=\text{Ángulo de reflexión} \end{cases}$ (respecto a la normal a la superficie)

Ley de refracción: $n_1\sin(i)=n_2\sin(r)$ $\begin{cases} i=\text{Ángulo de incidencia} \\ \text{r}=\text{Ángulo de refracción} \end{cases}$

Ángulo Crítico: $i_c=\arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)\to r=90°$

Dioptras

Dioptras esféricas: $\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f}$

Caso Particular: - Dioptra Plana: $s' = \frac{n_2}{n_1} s$

- Lámina de caras paralelas: El rayo se desplaza sin cambiar su dirección

Aumento Lateral: $m = \frac{h'}{h} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}$

Propiedades: - $\begin{cases} m > 0 \rightarrow \text{Imagen Derecha} \\ m < 0 \rightarrow \text{Imagen Invertida} \end{cases}$

- $\begin{cases} |m| > 1 \rightarrow \text{Imagen Menor} \\ |m| < 1 \rightarrow \text{Imagen Mayor} \end{cases}$

- $\begin{cases} s' > 0 \rightarrow \text{Imagen Virtual} \\ s' < 0 \rightarrow \text{Imagen Real} \end{cases}$

Caso Particular: - Sistemas ópticos: $m = m_1.m_2...m_n$

- Lente en aire: $m = \frac{s'}{s}$

Lentes

Lente delgada: $\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_L - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n_L}{R_2} = \frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f}$

Propiedades: - $\begin{cases} f' > 0 \rightarrow \text{Lente CV} \\ f' < 0 \rightarrow \text{Lente DV} \end{cases}$

- La distancia focal es una propiedad de la lente (No depende de su posición)

- Lente convergente (OR): $\begin{cases} s > 2f \rightarrow \text{Real, invertida y menor} \\ s = 2f \rightarrow \text{Real, invertida y igual} \\ 2f > s > f \rightarrow \text{Real, invertida y mayor} \\ s = f \rightarrow \text{Se forma en el } \infty \\ s < f \rightarrow \text{Virtual, directa y mayor} \end{cases}$

- Lente divergente (OR): $\{\forall s \rightarrow \text{Virtual, directa y menor}$

Caso Particular: - Lente en aire: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_L - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

- $n_1 = n_2 \rightarrow f = -f'$

$\rightarrow$ El rayo que pasa por el vértice no se desvía o refracta

Espejos

Espejo: $\frac{1}{s´}+\frac{1}{s}=\frac{2}{R}=\frac{1}{f}=\frac{1}{f´}$

Propiedades: - $f = f´=\frac{R}{2} \rightarrow f´<0, f<0$

- El rayo que pasa por el centro de curvatura se refleja sobre si mismo.
- Aumento trasversal: $m=\frac{h´}{h}=-\frac{s´}{s}$
- Espejo Cóncavo (OR): $\begin{cases} s>2f=R \rightarrow \text{Real, invertida y menor} \\ s=2f=R \rightarrow \text{Real, invertida y igual} \\ R=2f>s>f \rightarrow \text{Real, invertida y mayor} \\ s=f \rightarrow \text{Se forma en el } \infty \\ s<f \rightarrow \text{Virtual, directa y mayor} \end{cases}$
- Espejo Convexo (OR): $\{\forall s \rightarrow \text{Virtual, directa y menor,} \quad V>s´>f$

Caso Particular: - Espejo Plano: $s=-s´$

* Instrumentos Ópticos

$$M=\frac{\tan\varphi}{\tan\varphi´} \rightarrow \text{ Donde } \begin{cases} \varphi = \text{Angulo de obs. a simple vista} \\ \varphi´= \text{Angulo de obs. con instrumento óptico} \end{cases}$$

Lupa

$$M=\frac{s_{pp}}{|L|}\frac{s´}{s}=\frac{s_{pp}}{|L|}\frac{h´}{h}=\frac{s_{pp}}{|L|}\left(1-\frac{s´}{f´}\right) \rightarrow \text{ Donde } \begin{cases} l = \text{Distancia observador - lupa} \\ L = \text{Distancia observador - imagen} \end{cases}$$

$$M_{Max}=\frac{s_{pp}}{|L|}+1 \rightarrow \text{Donde } l \rightarrow 0$$

$$M_N=\frac{s_{pp}}{|L|} \rightarrow \text{Donde } s´\rightarrow \infty$$

$$f´=\frac{|R|}{2(n_L-1)}$$

Microscopio

$$M_N=\overbrace{\frac{h´}{h}}^{m_{OB}}\underbrace{\frac{s_{pp}}{f_{OC}´}}_{M_{N_{OC}}}=m_{OB}.M_{N_{OC}}$$

$$M_N=-\frac{|L|}{f´_{OB}}\frac{s_{pp}}{f´_{OC}} \rightarrow \text{Donde } L=\text{Distancia } f´_{OB}-f´_{OC}$$

Telescopio

$$M_N = -\frac{f'_{OB}}{f'_{OC}}$$

3. Ondas

Ecuación de onda: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ z

Ondas Armónicas

Para que la onda propagante no se deforme $\rightarrow v = cte.$

$$y(x,t) = A\sin[kx \pm \omega t + \alpha] \rightarrow \begin{cases} - \text{Hacia la derecha} \\ + \text{Hacia la izquierda} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \rightarrow f = \frac{1}{T}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = vT$$

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} \rightarrow a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t}$$

Caso Particular: - Ondas Propagantes (en una cuerda):

$$dU = dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t)dx$$

$$dE = dK + dU = \mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t)dx \rightarrow dE \approx \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 l$$

$$P = \frac{dE}{dt} = \mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t)v$$

$$\underbrace{P_m}_{Por\ ciclo} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

$$I = \frac{P_m}{4\pi . r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

- Ondas sonoras: $P(x,t) = P_{Atm}\sin[kx \pm \omega t + \alpha]$

Superposición de Ondas

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

$$I = \underbrace{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi)}_{Interferencia} \qquad \text{Donde } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r + \Delta\delta$$

Si $I_1 = I_2 \equiv I_0 \rightarrow I = 4I_0\cos^2\left(\frac{k\Delta r + \Delta\alpha}{2}\right)$

Si además $\alpha_1 = \alpha_2 \rightarrow I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\Delta r\right) \rightarrow \begin{cases} \Delta r = m\lambda & \text{Máximos} \\ \Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda & \text{Mínimos} \end{cases}$

Ondas Estacionarias

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \rightarrow y = 2A\underbrace{sen(kx)}_{f(x)}\underbrace{\cos(\omega t)}_{g(t)} \rightarrow y = A_n sen(k_n x)\cos(\omega_n + \alpha_n)$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} = 2\pi . f_n$$

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}$$

$$f_n = n.f_1$$

Caso Particular: - Cuerda sujeta en 2 extremos o tubo abierto/abierto

$$n = \{0,1,2...\}$$

$$f_n = n\frac{v}{2l} = \frac{v}{\lambda_n}$$

$$l = \frac{n}{2}\lambda_2$$

Para $x = n\frac{\lambda}{2}$ Nodo

Para $x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$ Antinodos

- Cuerda sujeta en 1 extremo o tubo abierto/cerrado

$$n = \{1,3,5.....\}$$

$$f_n = n\frac{v}{4l}$$

$$l = \frac{n}{4}\lambda_n$$

4. Polarización

General

Expresión general de un campo eléctrico o luminoso

$$\overline{E} : \begin{cases} E_x = A_x \cos(kz - \omega t) \\ E_y = A_y \cos(kz - \omega t + \delta) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \\ \omega = 2\pi f \\ \varphi = kz - \omega t \end{cases}$$

Ecuación general del estado de polarización

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{E_x}{A_x}\frac{E_y}{A_y}\cos\delta = \sin^2\delta$$

Tipos de polarización

Polarización	Ecuación	Levógira (Anti-horario)	Dextrógira (Horario)
Elíptica	$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 = 1$	$\delta = \pi/4$ $\delta = \pi/2$ $\delta = 3\pi/4$	$\delta = 5\pi/4$ $\delta = 3\pi/2$ $\delta = 7\pi/4$
Circular	$A_x = A_x \equiv A \rightarrow E_x{}^2 + E_y{}^2 = A^2$		
Lineal	$E_y = \pm \frac{A_y}{A_x} E_x$	$\delta = 0$	$\delta = \pi$

Propiedad:

Una onda linealmente polarizada puede interpretarse como la superposición de de dos ondas circularmente polarizadas de igual amplitud y velocidad de propagación pero distinto sentido.

Ley de Malus (para polarizadores lineales)

$$I_1 = \frac{I_0}{2}$$

$$I_n = I_{n-1} \cos^2 \varphi \qquad \text{Donde} \begin{cases} n > 1 \\ \varphi \ \text{Ángulo entre los polarizadores} \end{cases}$$

Polarización por reflexión

Cuando luz no polarizada se refleja en una dioptra la luz reflejada tendrá cierto grado de polarización. Si el ángulo de incidencia es tal que el haz reflejado y el refractado son normales la luz reflejada está totalmente polarizada. La polarización es lineal y el vector luminoso vibra en un plano perpendicular al plano de incidencia.

$$\tan(i_p) = \frac{n_2}{n_1}$$

5. Actividad Óptica

Modelo de Fresnel

Cuando luz linealmente polarizada atraviesa una sustancia óptimamente activa, esta hace rotar el plano de polarización de la luz

$$v = \frac{c}{n}$$

$$\varphi = \frac{(k_D - k_L)}{2} z = \frac{\pi}{\lambda_0}(n_D - n_L) z \qquad \text{Donde} \begin{cases} k_L = \dfrac{2\pi}{\lambda_0} n_L \\ k_D = \dfrac{2\pi}{\lambda_0} n_D \end{cases}$$

Poder rotatorio

$$\beta = -\varphi = \frac{\pi}{\lambda_0}(n_L - n_D)z$$

El poder rotatorio K se define para $\lambda_0 = 589{,}3nm$

- *En sólidos*

$$K = \frac{\beta}{z}$$
$$[K] = {}^\circ / mm$$

- *En soluciones*

$$K = \frac{\beta}{z.c}$$
$$[K] = {}^\circ / 10cm$$

- *En soluciones de sacarosa*

$$K = K(20°C) - 0{,}0014.(t - 20°C)$$
$$[K] = {}^\circ / 10cm$$

6. Interferencia

Expresión general de Interferencia

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi) \qquad \text{Donde } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r + \delta$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r + \delta = \begin{cases} \text{Máximo} & 2m\pi \\ \text{Mínimo} & (2m+1)\pi \end{cases}$$

Observación:

a) $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$

b) $\delta : \begin{cases} \text{Refracción} & \delta = 0 \\ \text{Reflexión} & \begin{cases} n_1 > n_2 \rightarrow \delta = 0 \\ n_1 < n_2 \rightarrow \delta = \pm\pi \end{cases} \end{cases}$

c) Convención: Tantas franjas como interfranjas

Interferómetros

- *Estudio*

a) Determinar Δr
b) Determinar condiciones de máximos y mínimos
c) Determinar inicio de contadores m

- *Láminas delgadas de caras paralelas*

$$\Delta r = 2d$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}2d + \delta = \begin{cases} \text{Máximo} & 2m\pi \\ \text{Mínimo} & (2m+1)\pi \end{cases}$$

- *Cuña*

$$\Delta r = 2(\varphi.x)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}2(\varphi.x) + \delta = \begin{cases} \text{Máximo} & 2m\pi \\ \text{Mínimo} & (2m+1)\pi \end{cases}$$

$$\underbrace{\Delta x}_{\text{Interfranja}} = x_{m+1} - x_m$$

- *Interferómetro de Newton*

$$\Delta r \cong \frac{r^2}{R}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{r^2}{R} + \delta = \begin{cases} \text{Máximo} & 2m\pi \\ \text{Mínimo} & (2m+1)\pi \end{cases}$$

$$\underbrace{\Delta r}_{\text{Interfranja}} = r_{m+1} - r_m$$

- *Interferómetro de Young*

a) Incidencia Normal

$$\Delta r = d\sin\varphi$$

$$I = I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\sin\varphi\right) = I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\,\frac{y}{L}\right)$$

$$\text{Si actúa una lente} \rightarrow \quad I = I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\,\frac{y}{f'}\right)$$

$$\text{Máximo} \quad d\sin\varphi = m\lambda$$

b) Incidencia Oblicua

$$\Delta r = d(\sin\varphi - \sin\alpha)$$

$$I = I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d(\sin\varphi - \sin\alpha)\right)$$

$$\text{Máximo} \quad d(\sin\varphi - \sin\alpha) = m\lambda$$

Observación:

$$\text{Para los Máximos:} \begin{cases} m = 0 \rightarrow \Delta r = 0 \\ m = \pm 1 \rightarrow \Delta r = \lambda \\ m = \pm 2 \rightarrow \Delta r = 2\lambda \\ \ldots \end{cases}$$

7. Difracción

Expresión para una rendija

$$I = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \qquad \text{Donde } \beta = a\frac{\pi}{\lambda}\sin\varphi$$

$$\begin{cases} \text{Máximo Secundario} \quad \sin\varphi = \pm(p+½)\dfrac{\lambda}{a} \\ \text{Mínimo} \quad \sin\varphi = \pm p\dfrac{\lambda}{a} \end{cases} \qquad p \neq 0$$

Expresión para dos rendijas

$$I = \underbrace{I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2}_{Difracción}\underbrace{\cos^2\gamma}_{Interferencia} \qquad \text{Donde}\begin{cases} \beta = a\dfrac{\pi}{\lambda}\sin\varphi \\ \gamma = d\dfrac{\pi}{\lambda}\sin\varphi \end{cases}$$

$$\text{Difracción}\begin{cases} \text{Máximo Secundario} \quad \sin\varphi = \pm(p+½)\dfrac{\lambda}{a} \\ \text{Mínimo} \quad \sin\varphi = \pm p\dfrac{\lambda}{a} \end{cases} \qquad p \neq 0$$

$$\text{Interferencia}\begin{cases} \text{Máximo} \quad \sin\varphi = \pm m\dfrac{\lambda}{d} \\ \text{Mínimo} \quad \sin\varphi = \pm(m+½)\dfrac{\lambda}{d} \end{cases}$$

Expresión para N rendijas

$$I = \underbrace{I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2}_{Difracción}\underbrace{\left(\frac{\sin(N\gamma)}{\gamma}\right)^2}_{Interferencia} \qquad \text{Donde}\begin{cases} \beta = a\dfrac{\pi}{\lambda}\sin\varphi \\ \gamma = d\dfrac{\pi}{\lambda}\sin\varphi \end{cases}$$

$$\text{Difracción} \rightarrow \text{Considero solo campana ppal}$$

$$\text{Interferencia}\begin{cases} \text{Máximos Pples.} \quad \sin\varphi = \pm m\dfrac{\lambda}{d} \\ \text{Máximos Secundarios} \rightarrow \text{Desprecio pues N} >>> 0 \\ \text{Mínimo} \quad \sin\varphi = \pm\dfrac{q}{N}\dfrac{\lambda}{d} \qquad q \neq mN \end{cases}$$

$$d = \frac{l}{N}$$

$$R = \frac{\overline{\lambda}}{\Delta\lambda_{Min}} = m.N$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd\cos\varphi_m}$$

$$\Delta\omega =$$

** Práctica de Laboratorio*

- Pohl

$\beta \rightarrow$ Constante de amortiguamiento

$$\omega' = \sqrt{\omega_0 - \beta^2}$$

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n e^{-\beta.t} \rightarrow \beta = \frac{1}{T_A}\ln\left(\frac{\varphi_n}{\varphi_{n+1}}\right)$$

- Red de Difracción

$$K = \frac{1}{\lambda}\arctan\left(\frac{y}{d}\right)$$

- Actividad Óptica

$$\varphi = Klc$$